Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación y Tecnología de la Información
CI3725 - Traductores e Interpretadores
Abril-Julio 2011

Examen Parcial I

(20 puntos)

Carnet:

Nombre:

1. (a) **(1.5 puntos)** Sea el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$. Escriba una expresión regular que denote el conjunto de palabras sobre Σ^* tales que contengan la subcadena ab y la subcadena ba.

$$
\begin{gathered}
(a+b)*ab(a+b)*ba(a+b)* \\
+ \\
(a+b)*ba(a+b)*ab(a+b)* \\
+ \\
(a+b)*aba(a+b)* \\
+ \\
(a+b)*bab(a+b)*
\end{gathered}
$$

Nota: la indentación es para que se comprendan mejor los cuatro casos: dos generales para las posibles posiciones de las subcadenas y los dos casos especiales en el cual las subcadenas son prefijo y sufijo combinados.

(b) **(2.5 puntos)** Considere el lenguaje regular de las cadenas de caracteres que representan las horas del día, tanto en formato militar (e.g. `17:25:42`) como en formato civil (e.g. `05:25:42pm` o bien `5:25:42pm`). Proponga el alfabeto Σ adecuado y escriba la expresión regular que denote el conjunto de palabras sobre Σ^* que correspondan a una hora del día en cualquiera de los formatos mencionados.
Definimos el alfabeto

$$\Sigma = \{a, m, p, :, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

y un par de conjuntos regulares para simplificar nuestro trabajo

$$
\begin{aligned}
D_1 &= 0+1+2+3+4+5 \\
D_2 &= 0+1+2+3+4+5+6+7+8+9
\end{aligned}
$$

de manera que la expresión regular solicitada es

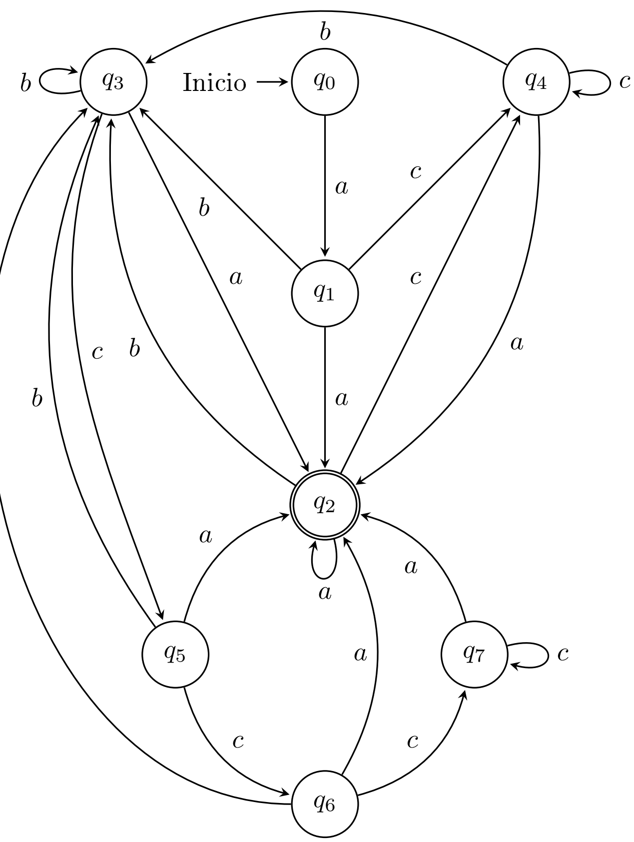
$$
\begin{gathered}
((\lambda+0)D_2+1(0+1+2)):D_1D_2:D_1D_2(a+p)m \\
+ \\
((\lambda+0+1)D_2+2(0+1+2+3):D_1D_2:D_1D_2
\end{gathered}
$$

Nota: la indentación es para que se comprendan mejor los dos casos. Note que, como ocurre con *cualquier* reloj digital a su alcance, solo las horas pueden omitir el cero a la izquierda, pero los minutos y segundos **siempre** llevan cero a la izquierda cuando están en el rango entre 0 y 9.

2. Sea el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$.

   (a) **(3 puntos)** Construya un AFD que reconozca el lenguaje regular de las palabras de **al menos** dos símbolos, tales que entre dos símbolos a cualesquiera ocurra cualquier combinación (posiblemente vacía) de los símbolos b y c, pero con la condición que entre dos símbolos b haya **a lo sumo** dos símbolos c. Basta con la representación gráfica del autómata en lugar de escribir la 5-tupla correspondiente.

   Si las palabras tienen al menos dos símbolos, y la secuencia de b y c puede ser vacía, se deduce que las a son obligatorias, y que actúan como separadores entre las secuencias de b y c.



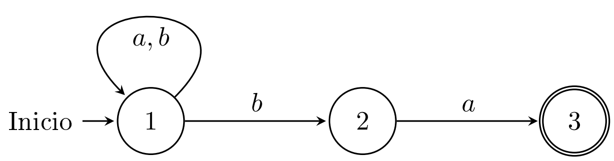
   Nota: el estado q_7 es el que detecta si, habiendo consumido una b, ocurre otra b después de haber consumido tres o más c en secuencia.

   (b) **(4 puntos)** Calcule la expresión regular que denote el lenguaje reconocido por el AFD recién construido. *Nota:* si bien no es obligatorio, es conveniente simplificar las expresiones en cada paso de transformación para ahorrar tiempo.

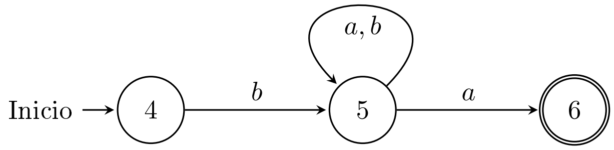
3. Sea el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$.

   (a) **(0.75 puntos)** Construya sendos autómatas finitos *no-determinísticos,* utilizando $\lambda-$transiciones si le resulta conveniente, que reconozcan las expresiones regulares correspondientes a los conjuntos:

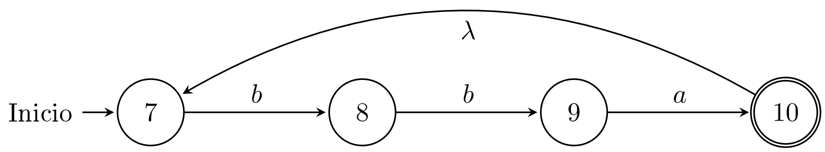
      i. Las palabras en Σ^* que terminan en ba.



ii. Las palabras en Σ^* que comienzan por b y terminan con a.

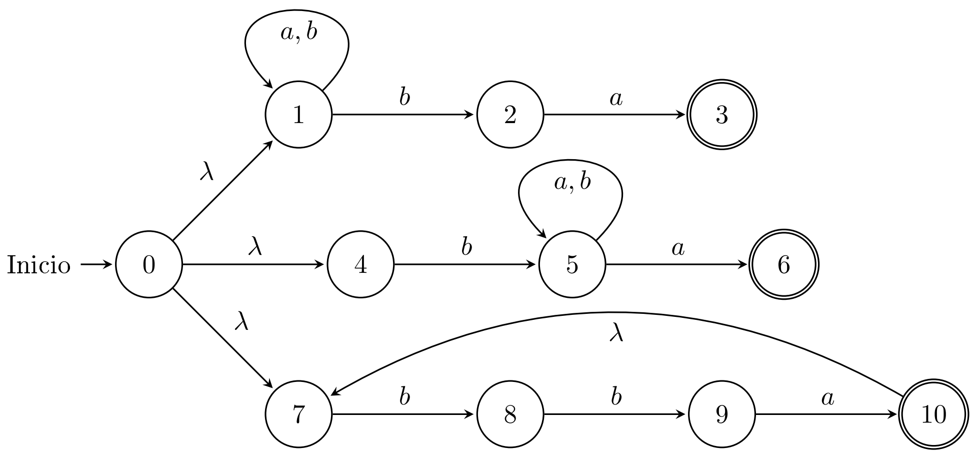


iii. Las palabras en Σ^* constituidas por una o más repeticiones de la cadena bba.



Basta con la representación gráfica de cada uno de los autómatas.

(b) **(0.25 puntos)** Combine los tres autómatas para crear un AFN-λ que reconozca la unión de los tres lenguajes anteriores, de manera que al procesar alguna cadena de entrada y reconocerla, se pueda saber a cuál de los tres lenguajes pertenece.



(c) **(4 puntos)** Convierta el AFN-λ construido en un AFD. Presente el procedimiento detallado de cálculo de las λ-clausuras y la construcción de la función de transición extendida.

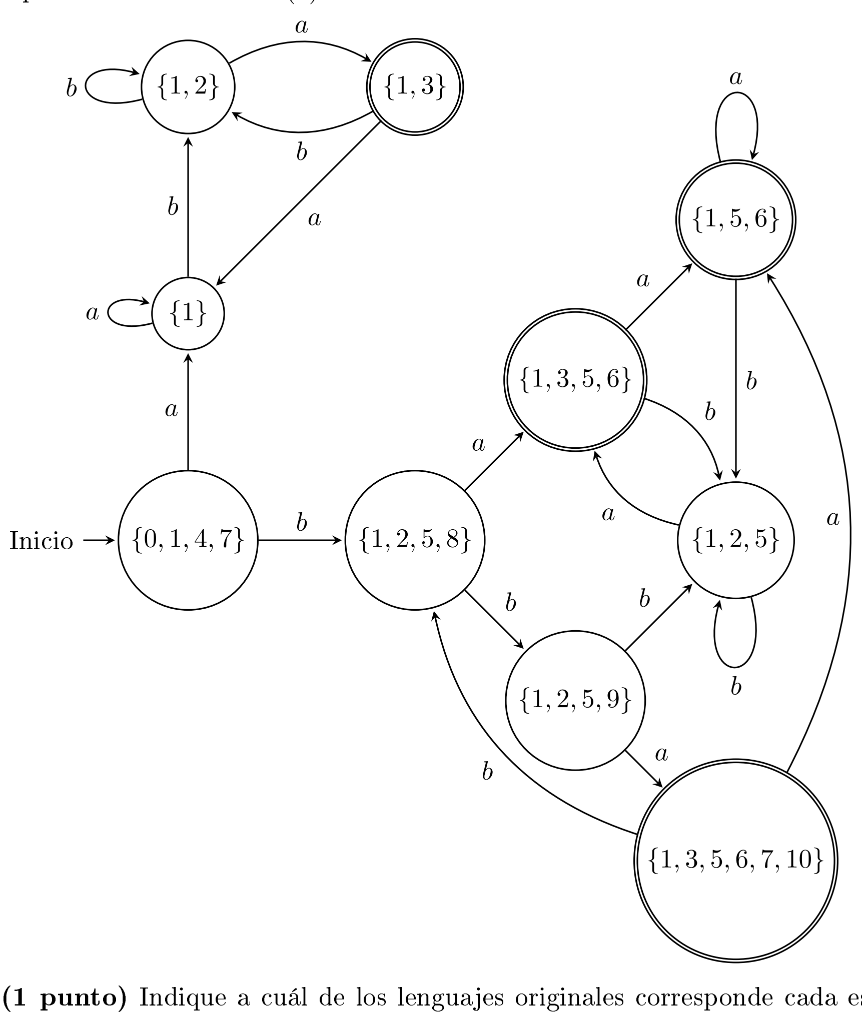
Primero es necesario calcular la λ-clausura para cada uno de los estados del λ-AFN, que por simple inspección puede verse

$$\begin{aligned}\lambda - clausura(0) &= \{0, 1, 4, 7\} \\ \lambda - clausura(i) &= \{i\}, 1 \leq i \leq 9 \\ \lambda - clausura(10) &= \{7, 10\}\end{aligned}$$

Calculamos entonces la tabla con la Función de Transición Extendida.

t	a	b
0	$\{1\}$	$\{1,2,5,8\}$
1	$\{1\}$	$\{1,2\}$
2	$\{3\}$	$\emptyset$
3	$\emptyset$	$\emptyset$
4	$\emptyset$	$\{5\}$
5	$\{5,6\}$	$\{5\}$
6	$\emptyset$	$\emptyset$
7	$\emptyset$	$\{8\}$
8	$\emptyset$	$\{9\}$
9	$\{7,10\}$	$\emptyset$
10	$\emptyset$	$\{8\}$

Construimos el AFD según el algoritmo explicado en clase, partiendo del nuevo estado inicial construido a partir de $\lambda - clausura(0)$.



(d) **(1 punto)** Indique a cuál de los lenguajes originales corresponde cada estado final del AFD. En caso de ambigüedad, se prefieren las palabras del conjunto (1) antes que las palabras del conjunto (2), y se prefieren las palabras del conjunto (3) antes que las palabras del conjunto (1).

i. Si el AFD acepta en el estado $\{1,3\}$ entonces está aceptando una palabra que corresponde al conjunto (1), i.e. palabras que terminan en ba, pues en el λ-AFN original el estado 3 era el de aceptación para dicho lenguaje.

ii. Si el AFD acepta en el estado $\{1,5,6\}$ entonces está aceptando una palabra que corresponde al conjunto (2), i.e. palabras que comienzan por b y terminan con a, pues en el λ-AFN original el estado 6 era el de aceptación para dicho lenguaje.

iii. Si el AFD acepta en el estado $\{1, 3, 5, 6\}$ entonces está aceptando una palabra que corresponde al conjunto (1), i.e. palabras que terminan en ba, pues en el λ-AFN original el estado 3 era el de aceptación para el conjunto (1) y el estado 6 era el de aceptación para el conjunto (2), sin embargo la precedencia establecida en el enunciado de la pregunta indica que ante esta ambigüedad debemos preferir al conjunto (1).

iv. Si el AFD acepta en el estado $\{1, 3, 5, 6, 7, 10\}$ entonces está aceptando una palabra que corresponde al conjunto (3), i.e. palabras constituidas por una o más repeticiones de la cadena bba, pues en el λ-AFN original el estado 3 era el de aceptación para el conjunto (1), el estado 6 era el de aceptación para el conjunto (2) y el estado 10 era el de aceptación para el conjunto (3), sin embargo las precedencias establecidas en el enunciado de la pregunta indican que ante esta ambigüedad debemos preferir al conjunto (3).

4. **(3 puntos)** Construya el AFD mínimo equivalente, mostrando y justificando la construcción de los $\equiv_i$ necesarios, para el AFD definido por la 5-tupla

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0, q_2, q_4\})$$

δ	a	b
q_0	q_1	q_3
q_1	q_2	q_3
q_2	q_5	q_2
q_3	q_4	q_1
q_4	q_5	q_4
q_5	q_5	q_5

Por definición, la clase de equivalencia $\equiv_0$ tiene dos conjuntos, el de estados finales y el de estados no finales, por tanto

$$\equiv_0 \quad = \quad \{\{q_0, q_2, q_4\}, \{q_1, q_3, q_5\}\}$$

Para calcular $\equiv_1$ consideramos:

(a) Los estados q_0 y q_2 **no** son equivalentes puesto que $\delta(q_0, b) \not\equiv_0 \delta(q_2, b)$.
(b) Los estados q_0 y q_4 **no** son equivalentes puesto que $\delta(q_0, b) \not\equiv_0 \delta(q_4, b)$.
(c) Los estados q_2 y q_4 **si** son equivalentes puesto que $\delta(q_2, a) \equiv_0 \delta(q_4, a) \wedge \delta(q_2, b) \equiv_0 \delta(q_4, b)$.
(d) Los estados q_1 y q_3 **si** son equivalentes puesto que $\delta(q_1, a) \equiv_0 \delta(q_3, a)$ y $\delta(q_1, b) \equiv_0 \delta(q_3, b)$.
(e) Los estados q_1 y q_5 **no** son equivalentes puesto que $\delta(q_1, a) \not\equiv_0 \delta(q_5, a)$.
(f) Los estados q_1 y q_5 **no** son equivalentes puesto que $\delta(q_1, a) \not\equiv_0 \delta(q_5, a)$.

en consecuencia

$$\equiv_1 \quad = \quad \{\{q_0\}, \{q_2, q_4\}, \{q_1, q_3\}, \{q_5\}\}$$

Para calcular $\equiv_2$consideramos:

(a) Los estados q_2 y q_4 **si** son equivalentes puesto que $\delta(q_2, a) \equiv_1 \delta(q_4, a) \wedge \delta(q_2, b) \equiv_1 \delta(q_4, b)$.
(b) Los estados q_1 y q_3 **si** son equivalentes puesto que $\delta(q_1, a) \equiv_1 \delta(q_3, a)$ y $\delta(q_1, b) \equiv_1 \delta(q_3, b)$.

En consecuencia

$$\equiv_2 \quad = \quad \{\{q_0\}, \{q_2, q_4\}, \{q_1, q_3\}, \{q_5\}\}$$

Como $\equiv_1 = \equiv_2$ hemos llegado al punto fijo de las clases de equivalencia. Cada una de las clases de equivalencia representará uno de los estados. Así, el AFD mínimo resultante será: